Resolución test autoevaluación movimiento rectilíneo

1) **Un coche viaja a velocidad constante a 72 km/h. ¿Cuánta distancia recorre al cabo de 45 s?**

Pasamos los km/h a m/s en primer lugar:

$$v = v_0 = 72\frac{km}{h}\cdot\frac{1h}{3600s}\cdot\frac{1000m}{1km} = 20\frac{m}{s}$$

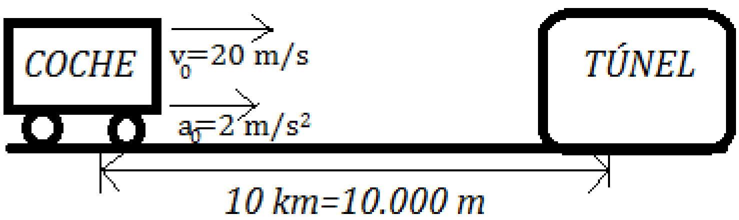
Estamos ante un movimiento rectilíneo uniforme (MRU) pues el coche se mueve a velocidad constante. En 45 segundos recorrerá (posición y tiempo de referencia cuando empezamos a medir):

$$x_0 = 0\ m; t_0 = 0\ s$$
$$x = x_0 + v_0(t - t_0) = 0 + 20(t - 0) = 20t$$
$$x = 20t \to \{t = 45\ s\} \to \boldsymbol{x = 900\ m}$$

Solución: recorrerá 900 m en 45 segundos.

2) **Un coche que circula inicialmente a 20 m/s se dirige a un túnel cuya entrada se cierra en 90 segundos. Cuando el conductor se percata de que en 90 segundos la entrada a dicho túnel estará bloqueada, comienza a acelerar a un ritmo constante de 2 m/s2. Sabiendo que en el momento que empieza a acelerar el túnel se encuentra a 10 km, ¿le dará tiempo a entrar en el túnel?**

En primer lugar, estamos ante un MRUA. Como tomamos como referencia el punto y el instante donde empieza a acelerar el coche, tenemos que $x_0 = 0\ m; t_0 = 0\ s$.



El momento en el que llega el coche será cuando:

$$x = x_0 + v_0(t - t_0) + \frac{1}{2}a_0(t - t_0)^2 = 0 + 20(t - 0) + \frac{1}{2}2(t - 0)^2$$
$$x = 10000 = 20t + t^2$$

Nos queda la ecuación de 2º grado:

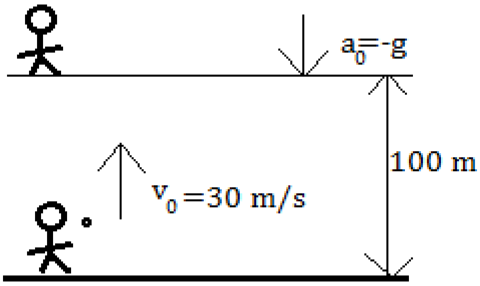
$$t^2 + 20t = 10000 \to t^2 + 20t - 10000 = 0$$
$$t = \frac{-20 \pm \sqrt{20^2 - 4\cdot 1\cdot(-10000)}}{2\cdot 1} = \frac{-20 \pm \sqrt{40400}}{2};$$

$$t \cong \frac{-20 \pm 201}{2} = \begin{cases} 90{,}5\ s \\ -110{,}5\ s \end{cases}$$

Como es imposible un tiempo negativo, el tiempo que tardará en llegar el coche a la boca del túnel será de 90,5 segundos.

Solución: el coche tardará t=90,5 s>90 s, por tanto, NO le dará tiempo a entrar en el túnel.

3) **Juan lanza verticalmente hacia arriba un balón con una velocidad inicial de 30 m/s. Si su amigo Pedro está situado en un balcón a 100 m de altura, ¿llegará el balón a Pedro?**



Estamos ante un movimiento vertical hacia arriba. Debemos hallar, qué altura máxima alcanza el balón de Juan; en ese punto la velocidad es 0.

$$v = v_0 + a_0 t = v_0 - gt = 30 - 9{,}8t$$

$$v = 0 = 30 - 9{,}8t \rightarrow t = \frac{30}{9{,}8} \cong 3{,}06\ s$$

Por tanto, el instante en el que se alcanza la altura máxima es cuando t=3,06 s; que corresponderá a una altura (sabiendo que $y_0 = 0\ m; t_0 = 0\ s$) de:

$$y = y_0 + v_0(t - t_0) + \frac{1}{2}a_0(t - t_0)^2 = 0 + 30(t - 0) - \frac{1}{2}9{,}8(t - 0)^2$$

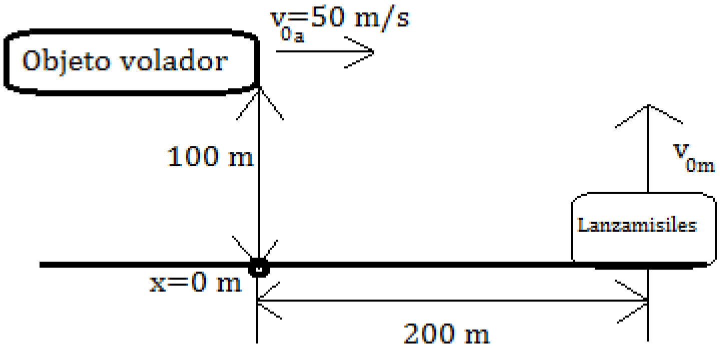
$$y_{max} = 30t - 4{,}9t^2 \rightarrow \{t = 3{,}06\ s\} \rightarrow y = 30 \cdot 3{,}06 - 4{,}9 \cdot 3{,}06^2$$

$$y_{max} = 45{,}92\ m$$

Solución: como la altura máxima que alcanza el balón es y=45,92 m, es decir, menor que 100 m, el balón no llega a Pedro.

4) **Un objeto volador se desplaza a 100 metros sobre el suelo a una velocidad constante de 50 m/s. Cuando el suelo bajo el avión está a 200 metros de un lanzamisiles, éste lanza un misil verticalmente hacia arriba. ¿Qué velocidad inicial debe llevar el misil para impactar con el avión?**

Debemos analizar primero el movimiento del objeto volador y luego haremos lo propio con el misil.



El avión describe un MRU; se ubicará justo encima del lanzamisiles cuando (sabiendo que $x_0 = 0\ m; t_0 = 0\ s$) x=200 m:

$$x = x_0 + v_0(t - t_0) = 0 + 50(t - 0) = 50t$$

$$x = 200 = 50t \rightarrow t = \frac{200}{50} = 4\ s$$

Por otra parte, el movimiento del misil es un movimiento verticalmente hacia arriba (MRUA), y como se lanza cuando la posición inicial del avión es 0 (cuando $t_0 = 0\ s$) y desde el suelo, por tanto $y_0 = 0\ m$, tenemos (sabiendo que $y(t = 4\ s) = 100\ m$ y que el misil está sometido a la acción de la gravedad, por lo que tenemos $a_0 = -g$) que:

$$y = y_0 + v_0(t - t_0) + \frac{1}{2}a_0(t - t_0)^2 = 0 + v_0(t - 0) - \frac{1}{2}9{,}8(t - 0)^2$$

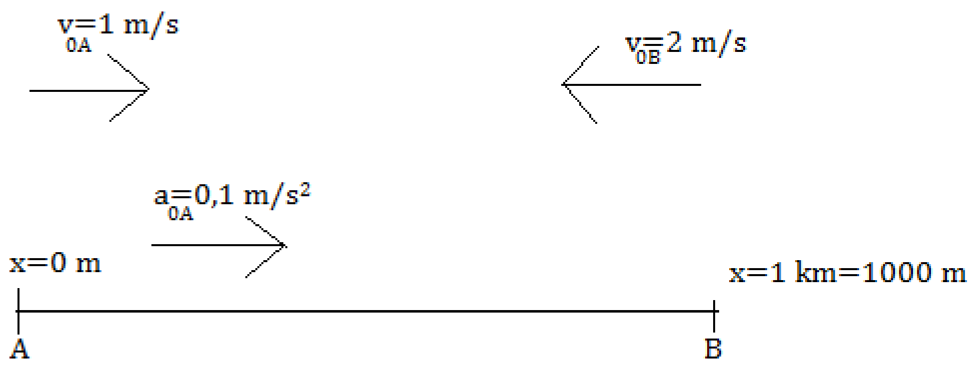
$$y = v_0 t - 4{,}9t^2 \rightarrow \{t = 4\ s\} \rightarrow 100 = v_0 \cdot 4 - 4{,}9 \cdot 4^2$$

$$100 = 4v_0 - 78{,}4 \rightarrow 178{,}4 = 4v_0 \rightarrow v_0 = \frac{178{,}4}{4} = 44{,}6\frac{m}{s}$$

Solución: es necesaria una velocidad inicial de 44,6 m/s para que el misil impacte en el objeto volador.

5) **Un peatón A anda inicialmente a 1 m/s, y empieza a acelerar a un ritmo constante de 0,1 m/s^2. Otro peatón B anda a un ritmo constante de 2 m/s en la misma dirección, pero en sentido contrario. Si empezamos a medir el tiempo en el instante que A empieza a acelerar y en ese momento ambos peatones se encuentran a un 1 km de distancia, ¿en qué momento se encontrarán los peatones?**

En primer lugar, analizamos la situación de los peatones.



A describe un MRUA, y su posición inicial es la que tomaremos como la posición de referencia y el tiempo inicial el instante en que A y B están en sus posiciones iniciales (por tanto, tenemos que $x_0 = 0\ m; t_0 = 0\ s$).

Ecuación posición peatón A:

$$x_A = x_{0A} + v_{0A}(t - t_0) + \frac{1}{2}a_{0A}(t - t_0)^2 = 0 + 1(t - 0) + \frac{1}{2}0{,}1(t - 0)^2$$

$$x_A = t + 0{,}05t^2$$

B, por su parte, describe un MRU, el tiempo inicial es el mismo que A y se encuentra inicialmente a 1000 m de la posición de referencia ($x_0 = 1000\ m; t_0 = 0\ s$). Además, como B se dirige en sentido contrario, la velocidad tiene signo negativo (por tanto, $v_{0B} = -2\frac{m}{s}$)

$$x_B = x_{0B} + v_{0B}(t - t_0) = 1000 - 2(t - 0) = 1000 - 2t$$

En el momento que se cruzan, $x_A = x_B$.

$$x_A = x_B \rightarrow t + 0{,}05t^2 = 1000 - 2t \rightarrow 0{,}05t^2 + 3t - 1000 = 0$$

Nos queda la ecuación de 2º grado:

$$t^2 + 60t - 20000 = 0$$

$$t = \frac{-60 \pm \sqrt{60^2 - 4 \cdot 1(-20000)}}{2 \cdot 1} \cong \frac{-60 \pm 289}{2} = \begin{cases} 114{,}5\ s \\ -174{,}5\ s \end{cases}$$

Como un tiempo negativo es imposible, tendremos que t=114,5 s.

Solución: A y B se cruzan cuando t=114,5 s.

6) ¿En qué posición se cruzan los peatones del ejercicio anterior?

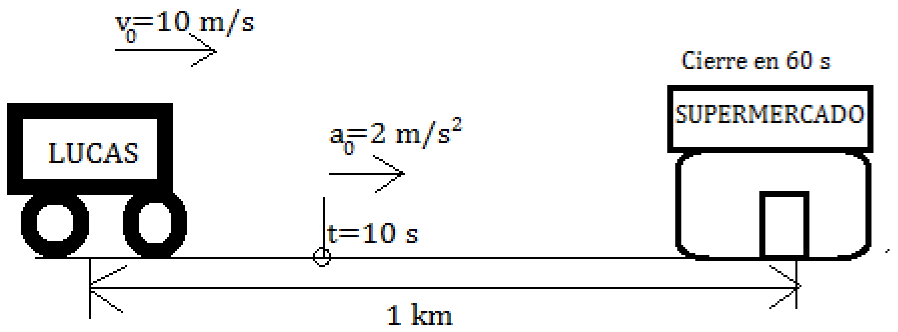
Basta con sustituir en la ecuación de posición de A cuando t=114,5s; por tanto, tenemos que:

$$x_A = t + 0{,}05t^2 \rightarrow \{t = 114{,}5\} \rightarrow x_A = 114{,}5 + 0{,}05 \cdot 114{,}5^2$$

$$x_A = 770\ m$$

Solución: se hallan a 770 m de la posición inicial del peatón A.

7) Lucas se dirige en coche a un supermercado que cierra en 60 segundos y se encuentra a 1 km. Durante los primeros 10 segundos conduce a una velocidad constante de 10 m/s. Cuando transcurren esos 10 segundos, se percata que le cierra el supermercado y decide acelerar a un ritmo constante de 2 m/s². **¿Llegará Lucas al supermercado?**



Analicemos los dos tramos del recorrido de Lucas.

Tramo 1, los primeros 10 segundos, el coche describe un MRU. En este tramo, $x_0 = 0\ m; t_0 = 0\ s$.

$$x = x_0 + v_0(t - t_0) = 0 + 10(t - 0) = 10t$$

Al final del tramo, cuando t=10 s:

$$x = 10t \to \{t = 10\ s\} \to x = 10 \cdot 10 = 100\ m$$

Tramo 2, se trata de un MRUA, donde tenemos los siguientes datos $x_0 = 100\ m; t_0 = 10\ s; a_0 = 2\frac{m}{s^2}$.

$$x = x_0 + v_0(t - t_0) + \frac{1}{2}a_0(t - t_0)^2 = 100 + 10(t - 10) + \frac{1}{2}2(t - 10)^2$$

$$x = 100 + 10t - 100 + t^2 - 20t + 100 = t^2 - 10t + 100$$

Cuando t=60 s:

$$x = t^2 - 10t + 100 \to \{t = 60\} \to x = 60^2 - 10 \cdot 60 + 100 = 3100\ m$$

Solución: como x=3100 m>1000 m, Lucas llega al supermercado.

8) ¿En qué instante llega Lucas al supermercado?

Lucas llega al supermercado cuando x=1000 m, por tanto:

$$x = 1000 = t^2 - 10t + 100 \to t^2 - 10t - 900 = 0$$

Resolvemos la ec. de 2º grado:

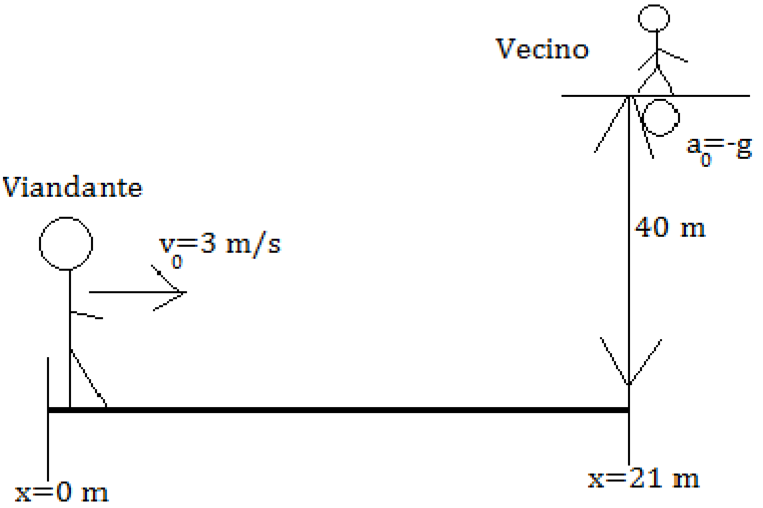
$$t^2 - 10t - 900 = 0$$

$$t = \frac{-(-10) \pm \sqrt{(-10)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-900)}}{2 \cdot 1} = \frac{10 \pm \sqrt{3700}}{2}$$

$$t = \frac{10 \pm 60{,}8}{2} = \begin{cases} 35{,}4\ s \\ -25{,}4\ s \end{cases}$$

Como un tiempo negativo es imposible, llegará cuando t=35,4 s.
Solución: Lucas llega al supermercado cuando t=35,4 s.

9) **Un vecino malencarado vive en un piso a 40 m de altura. Decide arrojar a un viandante que hace running una maceta (NO SEAN COMO EL VECINO). El viandante se desplaza a una velocidad constante de 3 m/s e inicialmente está a 21 m del suelo justo debajo del piso del vecino. ¿Cuándo debe dejar caer la maleta para golpearle en la cabeza?**



En primer lugar, analizamos cada uno de los movimientos.
El viandante describe un MRU con $x_0 = 0\ m; t_0 = 0\ s$. Su ecuación de posición es:

$$x = x_0 + v_0(t - t_0) = 0 + 3(t - 0) = 3t$$

Cuando está justo debajo del piso del vecino x=21 m. Eso ocurre en el instante:

$$x = 21 = 3t \rightarrow t = \frac{21}{3} = 7\ s$$

Por su parte, la maceta se deja caer (caída libre), por lo que estamos ante un MRUA, cuya altura inicial es 40 m (nuestro punto de referencia es el suelo), y que debe estar en el suelo (altura 0) cuando t=7 s. Con estos datos, calculamos el instante inicial a partir de la altura de la maceta:

$$y = y_0 - \frac{1}{2}g(t - t_0)^2\ (caída\ libre)$$

$$y = 40 - \frac{1}{2}9{,}8(t - t_0)^2 \rightarrow \{t = 7\ s; y = 0\ m\} \rightarrow 0 = 40 - 4{,}9(7 - t_0)^2$$

$$40 = 4{,}9(7 - t_0)^2 \rightarrow (7 - t_0)^2 = \frac{40}{4{,}9} \cong 8{,}2 \rightarrow 7 - t_0 = \sqrt{8{,}2}$$

$$7 - t_0 \cong 2{,}9 \rightarrow t_0 = 7 - 2{,}9 = 4{,}1\ s$$

Solución: para que la maceta impacte en la cabeza del viandante, es necesario esperar 4,1 s desde que el viandante pasa por la posición que hemos considerado como x=0 m.

10) ¿A qué velocidad impactará la maceta en la cabeza del viandante?

Para ello basta con utilizar la velocidad para un movimiento en caída libre, en el que $t = 7\ s; t_0 = 4{,}1\ s$. Por tanto:

$$v = -g(t - t_0) = -9{,}8(7 - 4{,}1) = -28{,}4\frac{m}{s}$$

El signo negativo se debe a que hemos tomado la referencia la hemos puesto en el suelo, y la maceta se dirige hacia este.

Solución: la maceta impactará con una velocidad de -28,4 m/s (se dirige al suelo) en la cabeza del viandante.